Trabajo con Angulos

Propósito

Introduce a los estudiantes el concepto de ángulo

Muestra que las líneas de latitud y longitud se derivan de las mediciones de ángulo de la Tierra

Demuestra que para las mediciones relacionadas con GLOBE se necesitan unidades de ángulo mayores a un grado

Muestra cómo reportar y calcular aritméticamente con varias unidades de ángulo

Visión General

Los estudiantes aprenden cómo hacer cálculos o promediar un conjunto de valores de ángulos. Al hacerlo, ellos aprenden las unidades utilizadas para los ángulos (grados, minutos, segundos) y cómo hacer conversiones entre grados, minutos y segundos y grados decimales. Además aprenden por qué hacer esas conversiones.

Tiempo

Aproximadamente de uno a tres períodos de clase, dependiendo de las actividades que se lleven a cabo

Nivel

Intermedios y avanzados

Conceptos Claves

Los ángulos se miden en grados, minutos, segundos y grados decimales

Los receptores GPS usan grados y minutos para medir los ángulos

Destrezas

Conversión entre ángulos medidos en grados, minutos y segundos y ángulos medidos en grados decimales.

Suma y resta de ángulos en grados y minutos

Obtención de promedios de ángulos medidos en grados y minutos

Materiales y Herramientas

No se requieren. (Una calculadora con sumas y restas hace más rápidos los cálculos matemáticos)

Preparación

Ninguna

Prerequisitos

Sumar, restar, fracciones decimales

Unidades de Medición de Angulos: Grados, Minutos y Segundos

Antecedentes

Un ángulo es la medida de un arco. Un ángulo se forma por dos líneas que se extienden desde el mismo punto.

Usted puede medir ángulos. Las unidades para los ángulos son los grados. Un círculo completo está dividido en 360 grados (o 360°).

Las Figuras GP-AC-18 Y GP-AC-19 ilustran algunos ángulos especiales.

Qué Hacer y Cómo Hacerlo

Haga que los estudiantes dibujen un gráfico tipo pastel (pie) y que lo corten en ocho piezas iguales. Pregúnteles cuál es el valor del ángulo que forma cada pieza (tajada). 360°/8 = 45°.

Algunos estudiantes pueden no haber cortado simétricamente a través del centro. Otros pueden haber cortado cuadrados.

Diferentes estudiantes pueden tener diferentes suposiciones. Discuta los diferentes resultados. Trate de nuevo con 4, 10 y 12 piezas. Los resultados son 90°, 36° y 30° para tajadas radicalmente simétricas cortadas a través del centro del círculo.

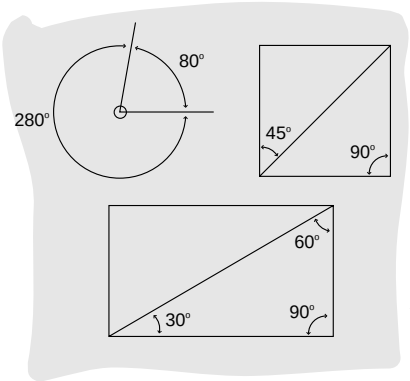

Figura GP-AC-18. Varios ángulos

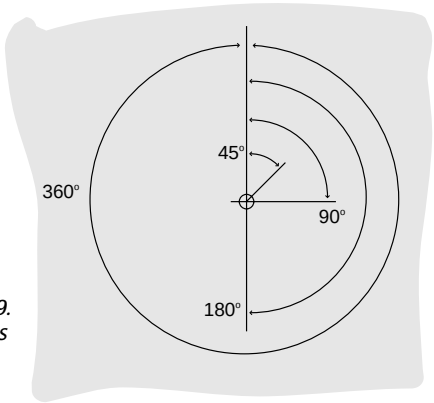

Figura GP-AC-19. Algunos ángulos especiales

Más Sobre los Angulos

Antecedentes

La latitud y la longitud son ángulos medidos alrededor de los ejes de rotación de nuestro planeta y entre la línea ecuatorial y los polos respectivamente. Las distancias continentales pueden abarcar decenas de grados de latitud o longitud. Sin embargo, en pequeñas distancias, tales como las de los sitios de estudio GLOBE de 30 x 30 m, los cambios angulares en latitud y longitud típicamente serán fracciones de grado o simplemente unos pocos segundos de arco.

Angulos pequeños: algunas veces usted puede desear medir un ángulo que mida menos de un grado. Cada ángulo está dividido en 60 minutos. Se puede decir que un tercio de grado equivale a 20 minutos. Se usa el nombre de 20 minutos de arco para evitar la confusión entre esta medida para ángulos y la medida del tiempo.

Si bien la luna está a 384.500 km de distancia y tiene un diámetro de 3.200 km, para un observador en la Tierra su diámetro parece medir la mitad de un grado ó 30 minutos de arco. Vea la Figura GP-AC-20. Por una coincidencia interesante, nuestro sol también parece tener ese mismo ángulo en el cielo; aun cuando está a 148 millones de kilómetros de distancia y tiene un diámetro de 1,3 millones de km. (Esta es la razón por la que la luna cubre al sol casi perfectamente durante un eclipse).

Incluso para los ángulos más pequeños cada minuto está dividido en 60 partes conocidas como segundos o, algunas veces, segundos de arco.

Los astrónomos usan ángulos, grados y segundos para describir los ángulos celestes. En su punto más cercano a la Tierra, el planeta Júpiter parece tener un diámetro angular de aproximadamente 47 segundos de arco. Este es un ángulo tan pequeño que Júpiter parece un punto en el cielo para la mayoría de la gente, pero parece un disco cuando se lo ve a través de un pequeño telescopio o incluso con unos binoculares. Ver una moneda situada en el final de un campo de juego produce el mismo efecto.

Un ejemplo del número que describe la distancia angular entre dos estrellas que se encuentran separadas por tres anchos de luna, sería 1 grado, 30 minutos y 0 segundos. Esto puede expresarse con los símbolos: 01° 30´ 0".

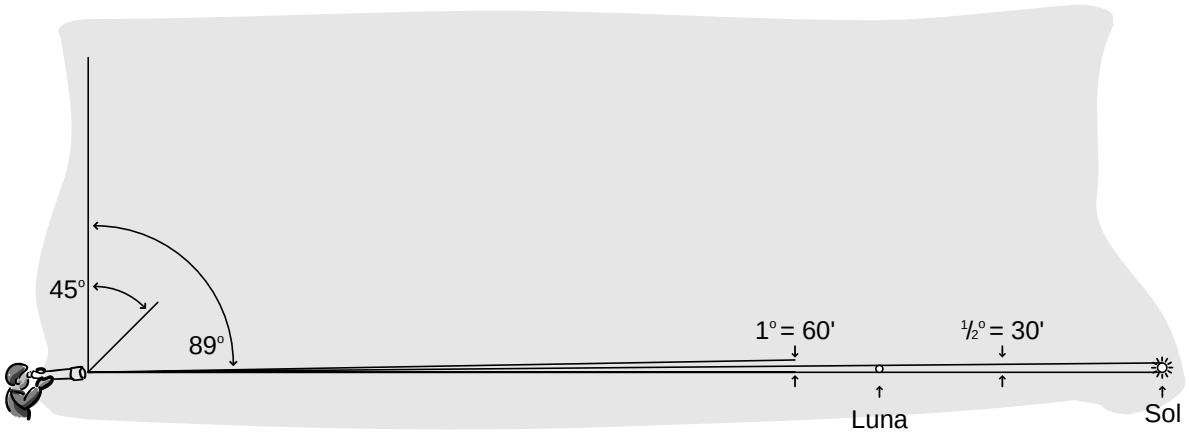

Figura GP-AC-20: 1/2 grado = 30 minutos, sol y luna

Por qué Existen los Grados, Minutos y Segundos y el Problema

La Tierra necesita. 365,25 días para viajar alrededor del sol. Los primeros astrónomos no conocían este hecho, de tal manera que hicieron calendarios basados en las observaciones de la posición de los cuerpos celestes. Ellos notaron que las estrellas y sus constelaciones tendían a migrar a través del cielo conforme cambiaban las estaciones y que pasaban más o menos 360 días hasta que las estrellas volvieran a los mismos lugares en el cielo, cuando se las observaba a la misma hora de la noche.

Qué Hacer y Cómo Hacerlo

Trescientos sesenta (360) es un número muy versátil si usted hace muchos cálculos matemáticos. Es un número fácilmente divisible para muchos números.

Haga que los estudiantes elaboren una lista de todos los números para los que el 360 es divisible y pídales que pongan por qué esos números tienen importancia cultural, histórica o física. Ejemplos:

2	12
3	5
4 (estaciones)	18
5 (mitad de 10)	20 (dedos de las manos y pies)
6	24 un día
8	30 (casi el tiempo que hay entre
9	una fase de luna llena y la siguiente)
10 (dedos)	90 (días de una estación)

Debido a que el círculo se repite a sí mismo cada año, el círculo fue dividido en 360 grados. De esta manera, 360 días fue, durante mucho tiempo, la duración estándar para cada año.

Medición de la Tierra con Angulos

Antecedentes

Debido a que nuestro planeta es redondo, podemos medir distancias sobre su superficie, como diferencias angulares desde el centro de la Tierra. Un grado sobre la superficie redonda de la Tierra es aproximadamente 111 km. Esa distancia era mayor de la que la mayoría de la gente podía viajar. Por lo tanto, se usó una división más pequeña. Un grado está dividido en 60 minutos. Cada minuto de arco sobre la superficie de la Tierra está definido como una milla marina (más o menos 1,8 km). Los navegantes usaron las millas marinas durante siglos. Una velocidad de una milla marina por hora es un "nudo". Si bien las unidades métricas han sido aceptadas globalmente, tanto millas marinas, como nudos continúan siendo utilizadas para algunas aplicaciones marinas y de aviación.

Nosotros continuamos usando grados, minutos y segundos para medir ángulos. Sin embargo, los siguientes ángulos son equivalentes:

Un cuarto de círculo = 90°
El diámetro de nuestra Luna = 0,5° = 30´
El diámetro de Júpiter = 0,013° = 0,79´= 47"

Si bien se puede expresar el diámetro de Júpiter, tal como se lo ve desde la Tierra, como "cero punto cero uno tres grados", "trece miligrados", o "trece milésimas de grado", la forma aceptada por la mayor parte de la comunidad científica es "cuarenta y siete segundos de arco". Parece que la gente prefiere usar números enteros en lugar de fracciones y el uso de minutos y segundos facilita esto para los ángulos pequeños. En contraste, la gente casi nunca describe 30 minutos de arco como 1.800 segundos de arco o 90 grados como 5.400 minutos de arco o 324.000 segundos de arco.

El problema es que nosotros tenemos varios conjuntos de unidades (grados, minutos y segundos) con los cuales podemos expresar el mismo ángulo. Algunas unidades facilitan mejor nuestra manipulación intuitiva de ángulos de tamaños muy diferentes, pero estas unidades diferentes pueden complicar las operaciones aritméticas con los ángulos.

Conversión entre Unidades de Grados, Minutos, Segundos y Grados Decimales

El uso de grados, minutos y segundos puede ser un problema si usted necesita relacionar varios ángulos que están medidos en diferentes combinaciones de esas unidades.

5° 45´ 0" = 5,75°
0° 30´ 0" = 0,5°

¿Qué pasa si queremos sumar al primer ángulo la mitad de un grado (que es 30 minutos)? El nuevo ángulo deberá ser el resultado de sumar ambos ángulos. Si bien esto se puede hacer sumando los grados con los grados y los minutos con los minutos, mire lo que pasa con este ejemplo. Cuando usted suma 45 minutos más 30 minutos, el resultado es 75 minutos, lo cual es más de un grado. Así, el nuevo ángulo se puede representar como 5 grados, 75 minutos y 0 segundos.

	Cálculo	Resultado en grados decimales
Segundos	9”/60/60	0,0025°
Minutos	15´/60	0,2500°
Grados completos	25°	25,0000°
Grados decimales		25,2525°

Tabla: GP-AC-3: Convertir 25 grados, 15 minutos, 9 segundos a grados decimales

Sin embargo, ahora, nuestro número de minutos es mayor que un grado entero. Si esto ocurre, preferimos incrementar en uno el número de grados y restar 60 al número de minutos. Esto nos deja con un ángulo expresado por 6° 15´ 0”. Ahora el número de minutos está expresando solamente una parte de un grado.

Algunos hacen muchos cálculos aritméticos con ángulos (topógrafos, carpinteros, dibujantes, astrónomos). Que pueden hacerse muy engorrosos, especialmente si el número de segundos no es cero. Por lo tanto, nos gustaría ser capaces de convertir ángulos medidos en grados, minutos y segundos a ángulos medidos en grados decimales y viceversa. Vea la Tabla GP-AC-3.

Grados, Minutos y Segundos a Grados Decimales

Usted convierte segundos a grados decimales dividiéndolos dos veces para 60. Y convierte los minutos a grados decimales dividiéndolos para 60. Los grados completos permanecen iguales. Sume los tres números para obtener el número total de grados decimales. Vea la Tabla GP-AC-3.

Grados Decimales a Grados, Minutos y Segundos

Quite el número entero de grados y trabaje con la fracción decimal. Multiplique esta fracción por 60 para obtener minutos decimales. Quite el número entero de minutos y mantenga la fracción decimal. Multiplique esa fracción decimal por 60 para obtener segundos decimales. Combine los números enteros de grados y minutos con los segundos restantes para obtener un ángulo expresado en unidades de grados, minutos y segundos.

Por qué los Receptores GPS Usan Grados y Minutos

Un receptor del Sistema de Posicionamiento Global del Programa GLOBE está disponible para usted a manera de préstamo. Este receptor muestra medidas de ángulos de longitud y latitud en grados enteros, minutos y decimales de minutos. Los decimales de minutos se muestran con una resolución de dos dígitos a la derecha de los minutos. Una típica medida de latitud se presenta así 35°15,01´. ¿Por qué no usar segundos en lugar de decimales de minutos? Esto se debe a que el número más próximo a la centésima de minuto de arco es más exacto que el más próximo al segundo de arco.

0,01´ es igual a 1/100 minutos. Este valor es menor que 1/60 minutos. Si necesitamos dos dígitos para designar los segundos, entonces, estos están describiendo un ángulo que es más grande que el que muestran los dos dígitos decimales de los minutos como se ve en la presentación de 15,01. Así, los ingenieros que diseñaron el receptor GPS presentan las medidas de los ángulos en un formato que muestra un ángulo más pequeño con el mismo número de dígitos. Este formato presenta una mayor resolución de ángulo con menos dígitos y, así, se puede representar con más exactitud la latitud y la longitud. Para alcanzar la misma resolución en segundos de arco, se necesitaría tener un dígito extra para las fracciones de segundo (35° 15´ 0,06´´) en la pantalla del instrumento, lo cual lo haría más costoso.

Muchos receptores GPS se pueden programar para que puedan mostrar ángulos en una variedad de unidades y formatos. Le corresponde a usted, a los científicos, el decidir cuál receptor cumple mejor sus requerimientos. Si necesitamos precisión extra sin necesidad de mostrar y grabar más dígitos, los grados decimales son preferibles a los minutos y segundos.

Aritmética con Grados y Minutos

No se pueden sumar fácilmente ángulos expresados en grados y minutos. Si bien se pueden hacer operaciones matemáticas con ángulos en unidades de grados, minutos y segundos, es más fácil convertir todos los ángulos a grados decimales, hacer las operaciones y luego convertir nuevamente el resultado a las unidades deseadas.

Qué Hacer y Cómo Hacerlo

Suma de Angulos con Unidades Mezcladas

Escriba varios valores de ángulos expresados en grados, en grados y minutos y en grados, minutos y segundos. Haga que los estudiantes sumen esos ángulos. Algunos pueden darse cuenta de que pasarse de 60 minutos ó 60 segundos es similar a "llevar" cuando uno sobrepasa 10 en una columna de una suma.

Promediación de Ángulos Medidos en Grados y Minutos

Antecedentes

El protocolo para el GPS pide que se obtenga el promedio de 15 latitudes y 15 longitudes. Esto disminuye las ligeras variaciones que se dan en los valores registrados en diferentes momentos. Para promediar una serie de números, se los suma y luego se divide la suma para el número de dichos valores. De esta manera, para obtener promedios se requiere tanto de sumas como de divisiones. Una serie de 15 ángulos registrados en grados y minutos decimales se pueden manipular más fácilmente si primeramente se los convierte a grados decimales. Convierta los 15 valores, haga la suma, luego la división y vuelva a convertir el resultado a grados y minutos decimales.

Cuando esté trabajando con valores de latitud y longitud, mantenga 5 dígitos a la derecha del punto decimal en sus resultados intermedios, para mantener la resolución que se dé por el 0,01 medición de minuto de arco.

Un Ejemplo de Cómo Obtener Promedios

En la ciudad de Boulder, Colorado, USA, hay una calle llamada Baseline Street orientada en la dirección este-oeste, sobre la línea de los 40° Norte de latitud. Si estuviera parado sobre esa calle y registrara 15 mediciones con el GPS, puede obtener los resultados que se muestran abajo.

Para obtener un promedio de esas mediciones, convierta cada medición de grados y minutos decimales, a grados decimales. Después sume esos números decimales y divídalos para 15; así obtiene un valor promedio de latitud y longitud en grados decimales. Finalmente, convierta estos grados decimales a valores expresados en unidades de grados y minutos decimales.

Qué Hacer y Cómo Hacerlo

Nuevamente, escriba serie de hasta 15 valores de ángulos expresados en grados y minutos decimales. Los minutos decimales deben representar una aproximación lo más cercana a la centésima (0,01) de minuto de arco, para que correspondan con los valores que puede mostrar el receptor GPS. Haga que los estudiantes obtengan el promedio de esos ángulos, convirtiéndolos a grados decimales, sumándolos, dividiéndolos y finalmente convirtiéndolos nuevamente a grados y minutos decimales. Es una buena idea confirmar los resultados parciales y finales antes de intentar esto durante las clases.

Figura GP-AC-21 Valores medidos

Valores medidos

Número de Observación	Latitud *Grados*	Latitud *Minutos*	Minutos/60 *Grados decimales*	Grados + minutos/60 *Grados decimales*
1	40	0.01	0.00017	40.00017
2	40	0.02	0.00033	40.00033
3	40	0.01	0.00017	40.00017
4	40	0.00	0.00000	40.00000
5	39	59.99	0.99983	39.99983
6	39	59.98	0.99967	39.99967
7	39	59.99	0.99983	39.99983
8	40	0.00	0.00000	40.00000
9	40	0.01	0.00017	40.00017
10	40	0.01	0.00017	40.00017
11	40	0.00	0.00000	40.00000
12	39	59.99	0.99983	39.99983
13	39	59.99	0.99983	39.99983
14	39	59.99	0.99983	39.99983
15	40	0.01	0.00017	40.00017

Para cada medición: Divida los minutos para 60. Sume los grados enteros. Obtenga el promedio de los valores de los grados decimales. Divida para 15. Convierta otra vez a grados y minutos decimales.

Suma = 600.00000

Suma / 15 = 40.00000 grados (Promedio)

Promedio = 40 + 0.00000 x 60

40 *Grados* 0.00 *Minutos*

Latitud promedio resultante

Mantenga cinco lugares decimales después del número entero

Calcular la Hora con el Sol

Antecedentes

Debido a que la Tierra da una vuelta (360°) por día (24 horas), los cuerpos celestes (sol, luna, estrellas) parecen moverse 15° por hora (= 360°/24 horas). Un puño con el dedo pulgar extendido y con el brazo extendido, parece ocupar aproximadamente 15° para la mayoría de la gente. Vea la Actividad de Aprendizaje del GPS de GLOBE "Direcciones Relativas y Absolutas", en la que encontrará una discusión sobre la variación angular del ancho de la mano y una ilustración. De esta manera, el puño con su mano extendida da una medida portátil de una hora del paso a través del cielo, del sol o la luna. Midiendo el número de puños que hay entre el sol y el horizonte occidental, usted puede calcular el número de horas que faltan para la puesta del sol. Si conoce la hora de la puesta del sol, puede calcular la hora actual sin necesidad de un reloj.

Qué Hacer y Cómo Hacerlo

Determine la hora local de la salida y puesta del sol. (Vea el periódico). Determine la ubicación de los puntos este y oeste de salida y puesta del sol, como se los ve desde su escuela.

Haga que sus estudiantes salgan al patio y midan y registren la distancia (medida en número de puños de la mano) que hay entre el sol y el punto más cercano de salida o puesta del sol. Este método produce mejores resultados por la mañana temprano o durante las últimas horas de la tarde, cuando el sol está cerca del horizonte. Advierta a los estudiantes que no fijen sus ojos en el sol y registre la hora en la que la clase hizo las mediciones.

El número de puños de la mano debe aproximarse al número de horas que han transcurrido desde que el sol salió o que transcurrirán antes de que el sol se oculte en el horizonte. Cada estudiante debe sumar ese número a la hora de la salida del sol o restarlo de la hora a la que el sol se oculta, para obtener una aproximación de la hora. Para obtener un mejor cálculo de la hora, saque el promedio de los valores obtenidos por todos sus estudiantes. Use ese valor en el momento de determinar la diferencia de horas entre el amanecer y el atardecer. Después de los cálculos individuales y de grupo, anuncie a los estudiantes la hora que marcó el reloj al momento del ejercicio y discuta con ellos los resultados. Vea la Actividad de Aprendizaje de GLOBE "¿*Cuál Es La Respuesta Correcta*?".

Adaptaciones Para los Estudiantes Mayores y Para los más Jóvenes

Los estudiantes más jóvenes pueden redondear, tanto la hora del día, como el número de puños de la mano, a la próxima hora, de modo que requieran trabajar solo con números enteros que pueden ser fácilmente contados ascendente o descendentemente. Los estudiantes mayores pueden incrementar su precisión, siendo muy cuidadosos al determinar el punto en el horizonte en el que el sol sale o en el que se oculta, estableciendo experimentalmente el tamaño angular específico de su mano, incluyendo fracciones de puños de la mano y convirtiéndolas a minutos y horas cronológicas. ¡Esta técnica puede trabajar sorprendentemente bien!.